

Připravte si k ústní zkoušce příklad 1. a jeden z příkladů 2a. a 2b.:

1. Reálné číslo je *racionální*, jestliže ho lze zapsat zlomkem ve tvaru $\frac{p}{q}$, kde p, q jsou celá čísla a $q \neq 0$. Reálné číslo, které není racionální, se nazývá *iracionální*. Např. čísla $\sqrt{2}$ a π jsou iracionální čísla.

Rozhodněte, zda jsou následující tvrzení pravdivá či nikoli, a své tvrzení zdůvodněte.

- (a) Podíl dvou racionálních čísel je vždy racionální číslo.
 - (b) Součin dvou iracionálních čísel je vždy iracionální číslo.
 - (c) Součet racionálního a iracionálního čísla může být racionální číslo.
 - (d) Součet dvou iracionálních čísel je vždy iracionální číslo.
 - (e) Je-li x^2 iracionální číslo, pak x je iracionální číslo.
 - (f) Mezi každými dvěma racionálními čísly existuje iracionální číslo.
- 2a. Předpokládejte, že mrkev má tvar ideálního kužele s poloměrem r a výškou v . V jakém poměru musíte překrojit mrkev rovnoběžně s podstavou, aby vznikly dvě části se stejným objemem?
- 2b. Dva sudy obsahují určité množství vody. Jestliže z prvního nalijeme do druhého právě tolik vody, kolik tam již je, potom z druhého do prvního právě tolik, kolik tam již je, a opět z prvního do druhého právě tolik, kolik tam již je, bude v každém sudu 160 litrů vody. Kolik litrů vody bylo v každém sudu na začátku?

Připravte si k ústní zkoušce příklad 1. a jeden z příkladů 2a. a 2b.:

1. Rozhodněte, zda níže uvedená tvrzení jsou pravdivá. Své rozhodnutí zdůvodněte.
[Nápověda: příklady (b) a (c) zkuste řešit pomocí matematické indukce přes přirozená čísla.]

(a) Pro každé přirozené číslo n platí:

n je sudé číslo, právě když n^3 je sudé číslo.

(b) Necht' x je libovolné pevně zvolené reálné číslo $x \geq -1$. Pak pro každé přirozené číslo n platí:

$$(1 + x)^n \geq 1 + nx.$$

(c) Existuje nekonečně dvojic (k, l) , kde k, l jsou přirozená čísla, že

$$2^k = 3^l.$$

- 2a. Předpokládejte, že oplatka má tvar ideálního rovnoramenného trojúhelníka se základnou r a výškou v . V jakém poměru musíte rozlomit oplatku rovnoběžně se základnou, aby vznikly dvě části se stejným obsahem?
- 2b. Autobus jede po přímé silnici stálou rychlostí 10 ms^{-1} . V okamžiku, kdy projíždí místem A , vyjíždí z tohoto místa stejným směrem osobní auto, které za první sekundu ujede 3 m a za každou následující ujede o 2 m více než za předcházející sekundu. Auto dohoní autobus za n sekund. Určete n .